**Chapitre 11**

**PROPORTIONALITE**

**I – Grandeurs proportionnelles**

**1 – Définitions**

**Définitions** : deux grandeurs sont proportionnelles quand on passe de l’une à l’autre en multipliant par un même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

**Exemple** : La quantité d’essence achetée et le prix payé sont proportionnels : le coefficient de proportionnalité est alors le prix au litre.

**Contre-exemple** : La taille d’une personne et son poids ne sont pas proportionnels (voir tableau 2)

**2 – Tableau de proportionnalité**

Dans un tableau de proportionnalité, on obtient les nombres de la deuxième ligne en multipliant ceux de la première ligne par le coefficient de proportionnalité.

**Exemple** : Le tableau ci-dessous donne le nombre de battements cardiaques d’un sportif dont le cœur bat régulièrement

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X 48 | Durée (en minutes) | 3 | 5 | 7 | 10 |
| Nombre total de battements | 144 | 240 | 336 | 480 |

 144 : 3 = 48 240 : 5 = 48 480 : 10 = 48

Le **coefficient de proportionnalité** de ce tableau est 48.

Le nombre de battements et la durée sont **proportionnels**.

**Remarque** : une 1 minute, le cœur de ce sportif bat 48 fois.

**Contre-exemple** :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Taille d’une personne (en m) | 0,50 | 1,50 | 1,60 | 0,50 X6 = 3, mais |
| Poids d’une personne (en kg) | 3 | 33 | 43 | 1,50 X 6 = 9 |

On ne peut pas passer d’une ligne à l’autre en multipliant par un même nombre. Donc ce n’est pas un tableau de proportionnalité.

La taille d’une personne et son poids ne sont pas proportionnels.

**II – Quatrième proportionnelle**

**Définition** : Dans une situation de proportionnalité, si on connaît trois valeurs sur quatre d’un tableau, la quatrième valeur peut être calculée.

On dit qu’on calcule la **quatrième proportionnelle**.

Pour trouver la quatrième proportionnelle, on peut utiliser plusieurs méthodes.

**Exemple** :

Camille a acheté mètres de tissu à 8 €. Le prix au mètre ne varie pas. Son ami veut acheter le même tissu.

1. Combien paiera cet ami pour 7 m de tissu ?
2. Combien paiera cet ami pour 12 m de tissu ?
3. Combien de tissu aura cet ami pour 24 € ?
4. Combien coûte 21,25 m de tissu ?

Cet exemple est une situation de proportionnalité car le prix au mètre ne varie pas. Il s’agit donc de compléter le tableau de proportionnalité ci-dessus.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Quantité de tissu (en m) | 5 | 7 | 12 |  | 21,25 |
| Prix (en €) | 8 |  |  | 24 |  |

**1 – Chercher le coefficient de proportionnalité**

Recherche du coefficient de proportionnalité :

 = 8 : 5 = 1,6 donc 1 mètre de tissu coûte 1,60 €



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Quantité de tissu (en m) | 5 | 7 |  X 1,6 |
| Prix (en €) | 8 | 11,2 |

7 X 1,6 = 11,2

L’ami de Camille paiera 11,20 € pour 7 mètres de tissu.

**2 – Additionner ou soustraire des colonnes**

|  |
| --- |
|  + = |
| Quantité de tissu (en m) | 5 | 7 | 12 |
| Prix (en €) | 8 | 11,2 | 19,2 |
|  + = |

5 + 7 = 12 et 8 + 11,2 = 19,2

Il paiera 19,20 € pour 12 mètres de tissu.

**3 – Multiplier ou diviser une colonne par un nombre**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  X 3 |
| Quantité de tissu (en m) | 5 | 15 |
| Prix (en €) | 8 | 24 |
|  |  X 3 |

8 X 3 = 24 et 5 X 3 = 15

Il aura 15 mètres de tissu pour 24 €.

**4 – Passer par l’unité (« règle de trois »)**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  ÷5 X 21,25 |
| Quantité de tissu (en m) | 5 | 1 | 21,25 |
| Prix (en €) | 8 | 1,6 | 34 |
|  |  ÷5 X 21,25 |

(8 : 5) X 21,25 = 34

21,25 m de tissu coûte 34 €

**LA REGLE DE TROIS**

La **règle de trois** ou **règle de proportionnalité** est une méthode mathématique permettant de déterminer l'un des termes d'un tableau de proportionnalité à partir des autres. Elle peut aussi être utilisée pour vérifier qu'un tableau de valeurs satisfait une relation de proportionnalité.

Le terme de *Règle de trois* provient du fait qu'elle fait intervenir 3 nombres.

On utilise la règle de 3 pour résoudre des problèmes de proportionnalité.

**Exemple** : Six œufs coutent 2 euros. Combien coûtent 10 œufs ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  6 oeufs | = | 2 euros |
| 10 oeufs | = | euros |

Règle de 3 : on multiplie les deux nombres qui se trouvent aux deux pointes d’une même flèche, et on divise par le chiffre qui est seul.

(……. X …….) ÷ …….. = ……………..

Donc, le prix de 10 œufs est …………………….euros

**III – Pourcentage**

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité (c’est un cas particulier).

Une proportion est le **rapport** (fraction) entre une partie d’un ensemble et un ensemble.

**Exemple** :

Si dans un collège de 760 élèves, il y a 418 externes et il y a 35 % de demi-pensionnaires.

(Remarque : dans ce collège, il y a aussi des internes)

1 – Quel est le nombre de demi-pensionnaires ?

2 – Quel est le pourcentage d’externes dans ce collège ?

**Réponse** :

**Première méthode**

« 35% de demi-pensionnaires dans ce collège » signifie que s’il y avait 100 élèves dans ce collège, 35 d’entre eux seraient demi-pensionnaires.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nombre de demi-pensionnaires |  | 35 |
| Nombre d’élèves dans ce collège | 760 | 100 |

 (760 X 35) : 100 = 26 600 : 100 = 266

**Deuxième méthode**

« 35 % des élèves sont demi-pensionnaires »

 X 760 = (760 X 35) : 100 = 26 600 : 100 = 266

2) La proportion d’externes de ce collège est de



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nombre d’externes | 418 |  |
| Nombre d’élèves dans le collège | 760 | 100 |

(418 X 100) : 760 = 41 800 : 760 = 55

55% des élèves sont externes.

**I – Grandeurs proportionnelles**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| multipliant | coefficient | proportionnelles | régulièrement |
| **proportionnels** | grandeurs | **coefficient de proportionnalité** |
| proportionnels | ligne | tableau de proportionnalité |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| quatrième | ne varie pas | situation de proportionnalité |
| tableau | valeurs | **quatrième proportionnelle** |
| proportionnalité | coefficient |  |  |

**LA REGLE DE TROIS**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| tableau | déterminer | relation de proportionnalité |
| termes | problèmes | **règle de proportionnalité** |
| **règle de trois** | valeurs | méthode mathématique |

**III – Pourcentage**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| proportion | partie | situation de proportionnalité |
| **rapport**  | **pourcentage** | ensemble | proportion |